

Разбор задач

Задача 1. Переворачивание карт

Каждая карта сначала лежала рубашкой вверх, а потом — рубашкой вниз, значит, было сделано нечётное число переворотов и количество карт, которые перевернулись два раза, равно 0, а каждая карта перевернулась один или три раза. Общее число карт — 54, а общее число переворотов — 98. На каждую карту пришёлся минимум один переворот, остаётся $98 - 54 = 44$ дополнительных переворота. На одну карту, которую перевернули три раза, нужно два дополнительных переворота, значит, количество карт, которые перевернули три раза, равно $44/2 = 22$, а количество карт, которые перевернули один раз, равно $54 - 22 = 32$.

Теперь ответим на три последних вопроса. Ни одну карту не переворачивало ровно два ребёнка, а 22 карты переворачивали все три ребёнка. Значит, количество карт, которые перевернули Аня, Боря и Вера, равно $40 - 22 = 18$, $27 - 22 = 5$, $31 - 22 = 9$.

Ответ: 32, 0, 22, 18, 5, 9.

Задача 2. Разнобуквенные подстроки

Для начала оценим общее число разбиений. Заметим, что каждый символ строки (кроме первого) может как быть началом некоторой подстроки, так и не быть им (первый гарантированно является началом некоторой подстроки). Тогда общее количество вариантов будет равно 2^{N-1} , где N — длина строки. Для строки «data» число возможных разбиений равно 8. В принципе, можно перебрать все разбиения и оставить только корректные.

Чтобы упростить процесс перебора, можно заметить, что подстроки, начинающиеся в позициях 1 или 2 (в единичной индексации), могут заканчиваться не далее позиции 3 (иначе будет повторение буквы «а»). Подстроки, начинающиеся в позициях 3 и 4, могут идти до конца строки.

Итоговый набор корректных разбиений является таким:

d a t a
da t a
d at a
d a ta
da ta
dat a

Задача 3. Ожерелье из цифр

Чтобы получить гармоничность, равную 2, в ряду должны встретиться две единицы подряд. Дальше будем добавлять к этой последовательности новые цифры так, чтобы получились суммы 3, 4, 5, ..., 10. Получится ряд «1 1 2 2 3 3 4 4 5 5». Мы получили все нужные нам суммы, но после соединения первой и последней бусинок в этом ряду получится сумма 6, которая уже была ранее получена, то есть наше решение не самое лучшее. Но если из двух соседних цифр 3 выбросить одну, то мы выбросим ранее полученную сумму, 6, сохранив все оставшиеся.

Ответ: 1 1 2 2 3 4 4 5 5.

Этот ответ является наилучшим, т.к. в нём все нужные нам суммы встречаются ровно один раз. Есть и другие варианты ответа.

Задача 4. Москва-2050

Все крайние сегменты (как у цифры 0) уже проверены, потому что первоначально отображается число 00. Рассмотрим средние сегменты. Минимальная цифра, при которой отображается средний горизонтальный сегмент — это цифра 3, она же проверяет и все остальные внутренние сегменты. Поэтому нужно постараться получить цифру 3 в старшем разряде, используя минимальное число нажатий. Для этого получим число 01, затем будем умножать на 2: 02, 04, 08, 16, 32, что соответствует последовательности нажатий «1 2 2 2 2 2». Несложно убедиться, что при этом мы проверим и все внутренние сегменты во втором разряде, например, цифрами 2 и 6.

Быстрее получить цифру 3 в старшем разряде нельзя, поэтому не получится быстрее проверить средний горизонтальный сегмент в первом разряде, значит, это наилучшее решение.

Задача 5. Редактор

Нам нужно получить строку «ABAABABAAB», при этом желательно использовать операции «2», и избегать операций «–», однако последние можно применить, если после удвоения строки появятся лишние символы.

Можно заметить, что нужная строка начинается со строки «ABA», повторённой два раза. Поэтому для получения «ABAABA» используем последовательность команд «ABA2». После этого идёт буква B, и потом снова строка, начало которой совпадает с тем, что мы уже выписали. Поэтому добавим «B», удвоим строку и удалим два последних символа.

Ответ: ABA2B2--.