

Спираль

Решение на 40 баллов создаёт двумерный массив размером $N \times M$ и моделирует движение черепашки, отмечая в массиве закрашенные клетки. Такое решение довольно трудно в реализации, приведем пример реализации на языке C++. Решение имеет сложность $O(NM)$.

```
#include<iostream>
#include<vector>
using namespace std;

int n, m;
vector <vector<bool>> used;;
unsigned int ans = 0;
int di[4] = {1, 0, -1, 0};
int dj[4] = {0, 1, 0, -1};

bool check_used(int i, int j)
{
    return i >= 0 && i < n && j >= 0 && j < m && used[i][j];
}

bool check_good(int i, int j)
{
    if (i < 0 || i >= n || j < 0 || j >= m)
        return false;
    int count = check_used(i - 1, j) + check_used(i + 1, j)
        + check_used(i, j - 1) + check_used(i, j + 1);
    return count == 1;
}

int main()
{
    cin >> n >> m;
    used.resize(n, vector<bool>(m));
    int i = 0;
    int j = 0;
    int dir = 0;
    while (true)
    {
        ++ans;
        used[i][j] = true;
        int i1 = i + di[dir];
        int j1 = j + dj[dir];
        if (check_good(i1, j1))
        {
            i = i1;
            j = j1;
            continue;
        }
        dir = (dir + 1) % 4;
        i = i + di[dir];
        j = j + dj[dir];
        if (!check_good(i, j))
            break;
    }
}
```

```
    cout << ans << endl;  
}
```

Чтобы написать решение на 60 баллов, рассмотрим движение черепашки вдоль левой стороны прямоугольника. Черепашка закрасит столбец из N клеток. Теперь пусть черепашка сдвинется на одну клетку вправо, закрасив суммарно $N + 1$ клетку. Справа от черепашки теперь располагается прямоугольник из $M - 2$ столбцов и N строк, и черепашка начинает обходить его вдоль стороны длиной $M - 2$. То есть мы свели задачу от прямоугольника размером $N \times M$ к прямоугольнику размером $(M - 2) \times N$, закрасив $N + 1$ клетку. Это можно сделать, если $N \geq 2$ и $M \geq 2$. Пока соблюдается это условие, будем в цикле прибавлять к ответу $N + 1$ и менять числа (N, M) на $(M - 2, N)$.

В результате мы получим либо вырожденный пустой прямоугольник (если мыотрежем от него всё), либо прямоугольник, одна из сторон которого равна 1. В этом случае черепашка закрасит весь оставшийся прямоугольник, в котором будет MN клеток.

Такое решение имеет сложность $O(M + N)$ и набирает 60 баллов. Пример решения на языке Python.

```
n = int(input())  
m = int(input())  
ans = 0  
while n >= 2 and m >= 2:  
    ans += n + 1  
    n, m = m - 2, n  
ans += m * n  
print(ans)
```

Наконец, для решения на полный балл заметим, что суммируются числа вида $N + 1$, $M - 2 + 1$, $N - 2 + 1$, $M - 4 + 1$, $N - 4 + 1$, ... То есть каждое следующее горизонтальное или вертикальное перемещение черепашки окажется на 2 короче предыдущего горизонтального или вертикального перемещения, и мы суммируем арифметические прогрессии, что можно сделать без использования цикла.

Удобней суммировать не две прогрессии, а одну. Рассмотрим передвижения черепашки вдоль сторон прямоугольника: вниз на N клеток, вправо на $M - 1$ клеток, затем вверх на 1 клетку. Так мы перейдём к прямоугольнику размером $(N - 2) \times (M - 2)$, прибавив к ответу $N + M$. На следующем шаге мы поибадим к ответу $(N - 2) + (M - 2)$, затем опять уменьшим стороны прямоугольника на 2. Мы получим арифметическую прогрессию с начальным членом $N + M$ и разностью -4 .

Посчитаем количество членов этой прогрессии — число возможных сокращений сторон прямоугольника на 2, пока не останется прямоугольник, наименьшая сторона которого будет не более 2. Обозначим это число за k . Добавим к ответу сумму арифметической прогрессии из k членов с начальным значением $n + m$ и разностью -4 , и разберём случаи разного количества закрашенных клеток в оставшемся прямоугольнике.

Такое решение имеет сложность $O(1)$, пример решения на языке Python.

```
n = int(input())  
m = int(input())  
k = min(n - 1, m - 1) // 2  
ans = ((n + m) + (n + m) - 4 * (k - 1)) * k // 2  
n -= 2 * k  
m -= 2 * k  
if n == 1:  
    ans += m  
elif m == 1:  
    ans += n  
elif m == 2:  
    ans += n + 1
```

```
else: #  $n == 2, m > 2$   
    ans += m + 2  
print(ans)
```