

Сложение

Вопрос 1. Выпишем результаты выполнения операций: 1, 2, 4, 8, 16, 22, 24, 28, 36, 42, 44, 48, 56, 62, 64, 68. Ответ: 68.

Далее заметим, что у последовательности последних цифр чисел, входящих в последовательность, есть «период» из четырёх элементов 2, 4, 8, 6. Если получилось какое-то число a , то после выполнения следующих четырёх операций мы придём к числу $a + 20$, заканчивающемуся на ту же цифру. Это поможет ответить на оставшиеся вопросы.

Вопрос 2. Чтобы получить число 2022 нужно применять операции к числу 2 так, чтобы период повторился $(2022 - 2) : 20 = 101$ раз. То есть требуется совершить $101 \cdot 4 + 1 = 405$ операций (101 раз повторяется период и ещё одна операция необходима, чтобы получить число 2 из числа 1).

Вопрос 3. Первое трёхзначное число, которое может быть получено — это 102 (к числу 2 прибавили период 20, повторённый 5 раз). Чтобы получить число 1002 повторим период $(1002 - 102) : 20 = 45$ раз. То есть число 1002 получится из числа 102 за $45 \cdot 4 = 180$ операций. При этом число 1002 не является трёхзначным, предыдущее число в ряду будет равно 996, и между 102 и 996 (включительно) как раз окажется 180 элементов последовательности.

Вопрос 4. Максимальное семизначное число может оканчиваться цифрами 8, 6, 4, 2. Число 9999998 не подходит, а число 9999996 вполне, потому что $9999996 = 9999980 + 16$, а число 9999980 делится на 20.

Вопрос 5. Будем представлять степень двойки в виде суммы одного из начальных членов последовательности 2, 4, 8, 16 и числа, кратного 20: $64 = 4 + 60$, $128 = 8 + 120$, $256 = 16 + 240$, но $512 = 2 + 510$, а поскольку 510 не делится на 20, то число 512 не встретится в последовательности.

Ответы: 68, 405, 180, 9999996, 512.