

Майки и носки

Эта задача оказалась довольно сложной для многих участников, т.к. нужно было разобрать все принципиально возможные случаи. Многие участники набрали по этой задаче от 52 до 58 баллов, рассмотрев только основной случай. Несколько участников при этом решили все остальные задачи на 100 баллов, но так и не нашли полное решение этой задачи.

Первоначально предметно-методическая комиссия считала эту задачу несложной и планировала дать её на школьный этап, однако, в ходе подготовки задачи оказалось, что она куда более интересна, чем предполагалось заранее, поэтому эта задача была отложена на муниципальный этап.

У Саши есть несколько стратегий действий.

1. Выбрать $B + 1$ майку и $D + 1$ пару носков. Тогда поскольку количество красных маек равно B , то он обязательно вытащит синюю майку. Также Саша обязательно вытащит синюю пару носков, взяв $D + 1$ пару носков. Итого, вытащив $B + 1$ майку и $D + 1$ пару носков, он обязательно получит синий комплект вещей.

2. Аналогично, можно получить комплект из красной майки и красных носков, взяв $A + 1$ майку и $C + 1$ пару носков.

Решения, которые рассматривали только два этих случая, набирали 56 баллов.

Самый простой пример, на котором такое решение работает неправильно, это случай $A = B = C = D = 1$. Такое решение выдаст ответ $(2, 2)$, хотя можно вытащить всего три предмета: например, $(2, 1)$ или $(1, 2)$. Это следующие стратегии.

3. Взять $\max(A, B) + 1$ майку. Тогда Саша гарантированно вытащит и синюю, и красную майки и тогда ему достаточно вытащить 1 пару носков, которая может быть любого цвета.

4. Взять 1 майку и $\max(C, D) + 1$ пар носков.

Решение, которое аккуратно разбирает все эти случаи (нужно не забыть, что ещё некоторые из данных чисел могут быть равны 0, поэтому не все указанные случаи возможны), набирает 100 баллов. Пример такого решения.

```
a = int(input())
b = int(input())
c = int(input())
d = int(input())
ans = []
if a > 0 and c > 0:
    ans.append([b + 1, d + 1])
if b > 0 and d > 0:
    ans.append([a + 1, c + 1])
if a > 0 and b > 0:
    ans.append([max(a, b) + 1, 1])
if c > 0 and d > 0:
    ans.append([1, max(c, d) + 1])
m = min(ans, key=sum)
print(*m)
```

Пояснения по указанному решению. Здесь заводится список `ans`, в который будут складываться возможные варианты стратегии Саши, например, $(b + 1, d + 1)$ и т.д. Каждая стратегия — это пара чисел (тип данных кортеж). Кортежи мы будем добавлять в список, только проверив, что нет проблем с нулями, например, первая стратегия применима только в случае $a > 0$ и $c > 0$.

Затем мы в списке `ans` находим наименьший элемент используя функцию `min` с параметром `key=sum`. Это означает, что кортежи сравниваются по результату вызова функции `sum` от каждого кортежа, т.е. мы находим кортеж с минимальной суммой элементов.

Также частичные баллы можно набрать при помощи «переборного» решения, рассматривающего все возможные ответы, выбирающее среди них подходящий и наилучший среди подходящих. Например, решение сложности $O((a + b)(c + d))$ можно получить, перебирая количество выбранных маек x от 1 до $a + b$ и количество выбранных пар носков y от 1 до $c + d$. Далее проверим, может ли пара (x, y) являться ответом. Для этого проще проверить, что пара (x, y) **не может быть ответом**.

Это происходит, если все выбранные майки и все выбранные носки могут оказаться разноцветными, то есть если $x \leq a, y \leq d$ или $x \leq b, y \leq c$.

В приведённом ниже решении функция `bad(x, y)` проверяет это условие, то есть проверяет, что пара (x, y) **не подходит**. Поэтому в основной программе перебираются числа x и y и проверяется условие `not bad(x, y)`.

Пример переборного решения, набирающего 52 балла.

```
a = int(input())
b = int(input())
c = int(input())
d = int(input())
ans1 = a + b
ans2 = c + d

def bad(x, y):
    return x <= a and y <= d or x <= b and y <= c

for x in range(1, a + b + 1):
    for y in range(1, c + d + 1):
        if not bad(x, y) and x + y < ans1 + ans2:
            ans1 = x
            ans2 = y
print(ans1, ans2)
```

Переборное решение на 68 баллов можно получить, если перебирать только одно из чисел в ответе, а второе находить быстро.

Наконец, рассмотрение областей, которые не являются ответом, можно превратить и в решение на полный балл сложности $O(1)$. Пусть (x, y) — рассматриваемый ответ. Точка (x, y) **не подходит**, если она попадает в один из двух прямоугольников: $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq d$ или $0 \leq x \leq b, 0 \leq y \leq c$. Значит, нужно выбрать точку, которая не принадлежит этим прямоугольникам и имеет минимальное значение $x + y$. В качестве таких точек имеет смысл рассматривать только три точки, изображённые на рисунке. Несложно видеть, что эти точки соответствуют разным возможным стратегиями Саши, описанным в начале разбора.

