

Всероссийская олимпиада школьников по информатике, 2013-14 уч. год

Первый (школьный) этап. г. Москва

Решения заданий для 7-8 классов

Проверка решений участников олимпиады 7-8 классов проводится автоматической тестирующей системой. Каждая задача оценивается в 10 баллов, частичные решения (неполные, неэффективные и т. д.) могут оцениваться меньшим числом баллов. Результатом олимпиады считается сумма баллов по 4 задачам, за которые участник набрал наибольшее число баллов, то есть максимальный балл участника за олимпиаду равен 40.

Далее приведены решения заданий, жюри школьного этапа может использовать эти материалы для проведения разбора задач или обсуждения результатов с участниками олимпиады.

Задача 1. Билеты на метро

Условие

В результате реформы системы транспорта в городе были введены новые билеты на метро на 1, 5, 10, 15 и 20 поездок. В таблице ниже приведены стоимости билетов:

Количество поездок	Цена билета
1	35
5	130
10	170
15	240
20	300

Мише нужно совершить за месяц 44 поездки. Какие билеты и в каком количестве ему нужно приобрести для этого? Он может купить билетов на большее число поездок, если это будет выгоднее.

В ответе запишите 5 чисел через пробел: количество билетов на 1, 5, 10, 15, 20 поездок, которое должен купить Миша. Например, ответ «3 0 1 0 2» означает, что Миша должен купить 3 билета на 1 поездку, 1 билет на 10 поездок и 2 билета на 20 поездок.

Решение

Для начала заметим, что минимальная стоимость одной поездки 15 рублей (если купить билет на 20 поездок за 300 рублей). Кроме того, выгоднее купить 45 поездок, чем 44, поскольку во втором случае нам придется покупать 4 раза по 1 поездке (это 140 рублей), а покупка одного билета на 5 поездок обойдется в 135 рублей. Покупать больше 45 поездок, добавляя билеты по одной поездке, бессмысленно. Покупать 50 поездок тоже менее выгодно, чем 45, поскольку в этом случае минимальная стоимость покупки $50 \cdot 15 = 750$ рублей, но можно купить 45 билетов дешевле (2 по 20 поездок и 1 по 5, итого 730 рублей.)

Как можно купить 45 поездок? Например, так: 3 по 15; 10, 15 и 20; 2 по 20 и одну по 5.

Поскольку купить 20 билетов одним билетом выгоднее, чем 2 по 10 и т.п., 15 билетов

одним билетом выгоднее, чем 3 по 5 или 5 и 10, 10 билетов одним билетом выгоднее, чем 2 по 5, а 5 билетов одним билетом выгоднее, чем 5 по одной поездке, то рассматривать нужно только указанные выше три случая.

- 1) 3 по 15 дадут 720 рублей;
- 2) 10, 15 и 20 дадут 710 рублей;
- 3) 2 по 20 и 1 по 5 дадут 730 рублей.

То есть минимальная стоимость поездки 710 рублей.

Ответ: 0 0 1 1 1

Частичные решения

Ответ “0 0 3 0 0” оценивается в 4 балла, ответ “0 1 0 0 2” оценивается в 3 балла, ответ “4 0 0 0 2” оценивается в 2 балла.

Задача 2. Журнал

Условие

Ваня, Петя, Саша и Коля учатся в одном классе. В классном журнале они записаны под номерами 1, 2, 3 и 4 (в алфавитном порядке фамилий).

Известно, что:

- 1) Ваня и школьник с номером 3 — отличники;
- 2) Петя и школьник с номером 1 — троечники;
- 3) Школьник с номером 1 ростом выше школьника с номером 2;
- 4) Коля ростом ниже школьника с номером 2;
- 5) У Саши и Пети одинаковый рост.

Определите, под каким номером каждый из школьников записан в классном журнале. В ответе запишите четыре цифры (без пробелов) — номера Вани, Пети, Саши, Коли. Например, ответ «4321» означает, что Ваня в журнале идет четвертым, Петя — третьим, Саша — вторым, а Коля — первым.

Решение

Для решения задач такого типа удобно составить таблицу, в которой будем отмечать, кто кем быть не может, а кто кем быть может. Сверху запишем имена школьников, слева — их номера в журнале. В ячейки будем расставлять плюсы и минусы (если в ячейке П1 стоит минус, то это означает, что Петин номер точно не 1). Сначала изобразим в таблице условие задачи. Поскольку Ваня и школьник с номером 3 — отличники, то Ванин номер точно не 3. Поскольку Петя и школьник с номером 1 — троечники, то Петин номер — не 1 и не 3 (школьник с номером 3 — отличник) и Ванин номер тоже не 1 (ведь он отличник). Из условий 3) и 4) следует, что Колин номер не 1 и не 2 (ведь он ниже). Последнее условие пока отмечать не будем.

	В	П	С	К
1	–	–		–
2				–
3	–	–		
4				

Посмотрим на таблицу: в первой строке одна пустая клетка, следовательно, там должен стоять плюс, то есть, Сашин номер — 1 и в третьем столбце все остальные ячейки заполнены минусами.

	В	П	С	К
1	–	–	+	–
2			–	–
3	–	–	–	
4			–	

Теперь воспользуемся последним условием: поскольку у Саши и Пети одинаковый рост, а школьник с номером 1 выше школьника с номером 2, то Петин номер не 2. Отметим это в таблице.

	В	П	С	К
1	–	–	+	–
2		–	–	–
3	–	–	–	
4			–	

Тогда Петин номер 4 и в четвертой строке все остальные ячейки заполнены минусами. Остались Ваня и Коля - их номера 2 и 3.

	В	П	С	К
1	–	–	+	–
2	+	–	–	–
3	–	–	–	+
4	–	+	–	–

Ответ: 2413

Частичные решения

Если в ответе правильно указаны номера двух мальчиков, то задача оценивается в 2 балла. Если в ответе правильно указан номер только одного мальчика, то задача оценивается в 1 балл.

Ответ принимается на проверку, только если он является перестановкой чисел 1, 2, 3, 4, то есть ответ “1 1 1 1” недопустим.

Задача 3. Строки

Условие

Строки (последовательности символов латинских букв) создаются по следующему принципу.

Первая строка состоит из одного символа — А. Каждая из последующих строк создается такими действиями: сначала записывается буква, чей порядковый номер в алфавите соответствует номеру строки (то есть вторая строка начинается с буквы В, третья — с буквы С и т. д.), после чего дважды повторяется предыдущая строка. Вот первые 4 строки, созданные по этому правилу:

1. А
2. ВАА
3. СВААВАА
4. DCBAABAACBAABA

Определите, какие буквы стоят в восьмой строке на местах с номерами 1, 5, 95, 242, 255. В ответе запишите пять букв латинского алфавита: символы, которые стоят в восьмой строке на указанных местах именно в таком порядке (например, если на месте 1 стоит буква «А», на месте 5 стоит буква «В», на месте 95 стоит буква «С», на месте 242 стоит буква «D», на месте 255 стоит буква «Е», то в ответе нужно записать строку ABCDE).

Латинский алфавит (для справки): ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

Решение

Подсчитаем сначала длины строк. На каждом следующем шаге длина строки по сравнению с предыдущим удваивается и еще прибавляется единица. Длина первой строки 1, второй $1 \times 2 + 1 = 3$, третьей $2 \times 3 + 1 = 7$, четвертой 15, пятой 31, шестой 63, седьмой 127, восьмой 255. (Несложно доказать, что длина i -й строки будет $2^i - 1$)

Теперь будем решать задачу. Сразу понятно, что на первом месте в восьмой строке стоит восьмая буква алфавита, то есть Н. Поскольку длина восьмой строки 255, то 255-я позиция — последняя, и на ней стоит буква А (у всех строк будет один и тот же "хвост", заканчивающийся на А).

Восьмая строка имеет вид $HG...AG...A$, где $G...A$ — это предыдущая строка. Седьмая строка имеет вид $GF...AF...A$, где $F...A$ — предыдущая строка. Шестая строка имеет вид $FE...AE...A$, где $E...A$ — предыдущая строка. Пятая строка имеет вид $ED...AD...A$, где $D...A$ — предыдущая строка. Собирая все вместе, получаем, что восьмая строка выглядит так: $HGFED...AGFED...A$, следовательно, на пятой позиции стоит D.

Чтобы определить, какая буква стоит на 242 позиции, заметим, что строка, которую мы записали ранее, будет повторяться в конце всех последующих. А именно, вторая строка будет заканчиваться буквой А, а значит, и все последующие, ведь третья строка заканчивается на вторую и т.п. Следовательно, у всех строк, начиная с четвертой в конце будут такие буквы: DCBAABAACBAABA (это четвертая строка). Тогда, отсчитав нужное количество цифр с конца, получим, что на 242 позиции стоит С.

Разберем восьмую строку с учетом позиций букв в этой строке. Седьмая строка занимает в восьмой строке места со второго по 128 и от 129 до 255. Нам нужна 95 позиция, следовательно, разбираем первое вхождение седьмой строки. Тогда на позиции 2 стоит буква G, а на позициях 3-65 и 66-128 шестую строку ($F...A$). Изобразим это на следующей картинке:

$$\begin{array}{cccccccc} H & G & F & \dots & A & F & \dots & A & G & \dots & A \\ 1 & 2 & 3 & & 65 & 66 & & 128 & & & \end{array}$$

Искомая буква находится между 66 и 128 позицией, поэтому разбираем эту строку. Сначала идет буква F (номер 66), затем с 67 по 97 пятая строка и затем еще раз пятая строка с 98 по 128 позицию (см. рисунок).

$$\begin{array}{cccccccc} F & E & \dots & B & A & A & E & \dots & A \\ 66 & 67 & & 95 & 96 & 97 & 98 & & \end{array}$$

То есть, на 95 позиции стоит третья буква с конца в пятой строке, а это буква В (поскольку эта строка заканчивается на ВАА).

Ответ: HDBCA.

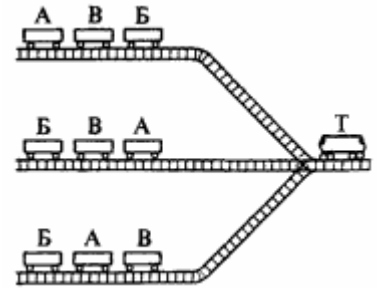
Частичные решения

За каждую правильно указанную букву в ответе дается 2 балла.

Задача 4. Переставьте вагоны

Условие

На каждом из трех путей стоят вперемешку вагоны с арбузами (А), бананами (Б) и виноградом (В) так, как это показано на рисунке.



Машинист маневрового тепловоза (Т) может за одну операцию прицепить любое число вагонов с одного пути, передвинуть их на правый путь, после чего передвинуть их на любой другой путь. Например, если тепловоз заберет 2 вагона с пути номер 3 на путь номер 1, то после такого действия распределение вагонов по путям будет таким:

1. А В Б А В
2. Б В А
3. Б

Соответствующую команду для машиниста будем записывать так:

2 3 1

что означает, что необходимо передвинуть 2 вагона с пути номер 3 на путь номер 1.

Разработайте алгоритм действий машиниста, необходимых для того, чтобы сформировать на каждом из путей составы с одинаковыми плодами (не важно, на каком именно пути). Алгоритм оформите в виде последовательности команд, записанных в отдельных строках. Каждая команда имеет указанный выше вид: сначала записано число передвигаемых вагонов, потом номер пути с которого передвигаются вагоны, затем номер пути, на который передвигаются вагоны.

Например, следующая запись:

2 3 1
1 2 3

означает «передвинуть 2 вагона с пути 3 на путь 1, затем передвинуть 1 вагон с пути 2 на путь 3».

Чем меньше команд будет в вашем алгоритме, тем большее количество баллов вы получите.

Решение

Задачу можно решить за 7 перемещений, например, при помощи следующего алгоритма:

2 1 3
4 3 2
5 2 1
3 1 2
1 3 2
5 2 3
2 3 2

Возможны и другие решения.

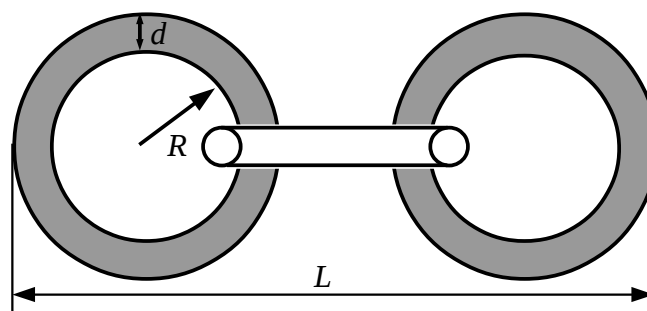
Частичные решения

Решение за 8 перемещений оценивается в 8 баллов, за 9 перемещений – в 6 баллов, за 10 перемещений – в 4 балла, за 11 перемещений – в 2 балла, любой более длинный верный алгоритм – в 1 балл.

Задача 5. Цепь

Условие

Из проволоки толщиной d миллиметров сделали кольца. Внутренний радиус каждого кольца составляет R миллиметров. Всего сделали n колец и их соединили в цепь. Определите длину получившейся цепи. На рисунке изображен пример для $n = 3$.



Программа получает на вход три числа, записанных в отдельных строчках. В первой строке задана толщина проволоки d (в миллиметрах). Во второй строке задан внутренний радиус кольца R (в миллиметрах). В третьей строке задано число звеньев n . Все числа — натуральные, не превосходящие 100, при этом $d < R$.

Программа должна вывести одно целое число L — суммарную длину получившейся цепи.

Примеры входных и выходных данных

Ввод	Вывод
2 10 3	64

Решение

Длина цепей складывается из суммарной длины n внутренних частей колец радиусом R каждая и двух кусков проволоки по краям толщины d , поэтому программа должна вывести значение $2nR + 2d$.

Пример правильного решения на языке Python версии 3:

```
d = int(input())
R = int(input())
n = int(input())
L = 2 * R * n + 2 * d
print(L)
```

Задача 6. Лифт

Условие

В торговом центре этажи нумеруются так: ..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ... (то есть нет нулевого этажа). Вася спустился на лифте с этажа с номером A на B этажей, а затем поднялся на лифте на C этажей. Определите, на каком этаже он оказался.

Программа получает на вход три целых числа: в первой строке записано число A , во второй — B , в третьей — C . Число A не равно нулю и не превосходит по модулю 100, числа B и C — положительные и не превосходят 100.

Программа должна вывести одно целое число — номер этажа, на котором оказался Вася.

Примеры входных и выходных данных

Ввод	Вывод
5 2 10	13
3 10 1	-7

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случая, когда лифт не опускается ниже этажа номер 1 или не поднимается выше этажа номер -1 будет оцениваться в 2 балла.

Решение

Считав входные данные, перенумеруем этажи так, чтобы нумерация этажей стала соответствовать целым числам, то есть если номер этажа A был отрицательным, прибавим к числу A значение 1. Теперь у этажей нормальная нумерация: ..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

Поэтому если лифт спустится на B этажей вниз, а затем поднимется на C этажей вверх, то Вася окажется на этаже с номером $A - B + C$. Теперь вернем нумерацию этажей к исходной: если номер этажа меньше или равен 0, то вычтем из него число 1.

Пример правильного решения на языке Python версии 3:

```
A = int(input())
B = int(input())
C = int(input())
if A < 0:
    A += 1
Ans = A - B + C
if Ans <= 0:
    Ans -= 1
print(Ans)
```

Частичные решения

Решение, в котором не учитывалось отсутствие этажа номер 0, то есть программа всегда вывело значение $A - B + C$ оценивается в 3 балла.

Задача 7. лягушка

Условие

лягушка сидит в точке 0 числовой прямой. Каждую секунду она прыгает на 1 вправо, пока не достигнет точки K . Затем она начинает каждую секунду прыгать на 1 влево, пока не вернется в точку 0, затем – опять вправо и т. д. Определите, где окажется лягушка через T секунд.

Программа получает на вход два числа. В первой строке записано число K , во второй строке число T . Оба числа — натуральные, не превосходящие 10^9 .

Программа должна вывести одно число — координату лягушки в момент времени T .

Пример входных и выходных данных

Ввод	Вывод
5 8	2

Система оценивания

Решение, правильно работающее для случая, когда T и K не превосходят 1000, будут оцениваться в 4 балла.

Решение

Полный путь лягушки от точки 0 к точке K и обратно равен $2K$, то есть через $2K$ секунд лягушка возвращается в точку 0 и все начинается заново. Можно в самом начале заменить значение T на $T \bmod (2 * K)$, что упростит дальнейшее решение. Поэтому далее будем рассматривать только первые $2K$ секунд маршрута лягушки, считая, что $T < 2K$.

Если $T \leq K$, то лягушка находится на пути от точки 0 к точке K и ее координата равна T . Если же T больше K , то лягушка находится на пути от точки K к точке 0, ей осталось пройти $2 * K - T$, это и есть ее координата.

Пример правильного решения на языке Python версии 3:

```
K = int(input())
T = int(input())
T %= 2 * K
if T <= K:
    print(T)
else:
    print(2 * K - T)
```

Частичные решения

Решения, в которых моделируется перемещение лягушки при помощи цикла, оцениваются в 4 балла, поскольку при больших значениях K и T время работы программы будет превышать допустимое ограничение в 1 секунду.