

Музыкальный фестиваль

Введём для альбома понятие сжатого альбома, который получается из исходного путём удаления всех элементов, кроме тех, которые являются первыми максимумами на соответствующих им префиксах.

К примеру:

Для альбома $[1, 4, 4, 3, 6, 5, 6]$ сжатым будет альбом $[1, 4, 6]$.

Теперь заметим, что решение исходной задачи сводится к решению этой же задачи, но на сжатых альбомах. Действительно, ответ на них не будет отличаться, ведь если какой-то элемент увеличивал впечатление на обычных альбомах, то он будет увеличивать, если сжать альбомы и наоборот. Далее будет считаться, что предварительно все альбомы были сжаты. Дополнительно введём следующие обозначения $K = \sum k_i, C = \max a_{i,j}$

1 подгруппа Достаточно просто перебрать порядок в котором Маша будет слушать альбомы, и для каждого порядка посчитать количество впечатления, которое она получит, и взять максимум из этих величин. Решение за $O(n!K)$

2 подгруппа Заметим, что ответ равен 2, если есть сжатый альбом $[1, 2]$ или есть сжатые альбомы $[1]$ и $[2]$, в ином случае ответ 1. Решение за $O(K)$

5 подгруппы Отсортируем сжатые альбомы в порядке увеличения последнего числа. Заметим, что если Маша послушала альбом с номером i , то все альбомы с номерами меньше дадут 0 единиц впечатления. Теперь можно посчитать следующую динамику. dp_i — количество впечатления, при условии, что Маша послушала последним i -й альбом. При пересчёте dp_i через dp_j надо посчитать количество элементов в i -м альбоме, что они больше, чем наибольший в j -м. Решение за $O(n^2 \log K)$, если использовать бинарный поиск.

3 подгруппа Существует не более чем 2^C различных вариантов сжатых альбомов. Тогда удалив одинаковые сжатые альбомы и, применив решение для 5-й подзадачи, можно получить решение за $O(4^C \log K)$.

4 подгруппа Введём dp_c — максимум впечатления, которое можно получить, если бы не было альбомов таких, что в них есть элементы большие, чем c . Тогда, dp_c равно либо dp_{c-1} , либо можно добавить ещё элемент или два, если c является наибольшим элементом для какого-то альбом. Тогда для всех сжатых альбомов, можно пересчитаться через значение dp в точке перед первым элементом альбома, либо через $c - 1$. Таким образом для пересчёта достаточно знать для каждого c какие альбомы закончились в этом индексе, а так же для каждого альбома его первый элемент. Решение за $O(K)$

Полное решение Обобщим идею предыдущих подгрупп. Для каждого значения c запомним индексы альбомов, которые содержат элемент равный c . Идём в порядке увеличения c , поддерживаем для каждого альбома значение dp_i — максимум впечатления, который можно получить если бы не было элементов больших c и Маша послушала последним i -й альбом. Пусть, для очередного c существует альбом i , что в нём есть песня с крутостью c . Тогда dp_i будет максимумом из $dp_i + 1$ и значения по всем $dp_j + 1$, таких, что наибольший элемент в j -м альбоме меньше чем рассматриваемый элемент i -го, так как она могла послушать этот трек, либо следующим в этом альбоме, либо после того, как послушала какой-то другой альбом целиком. Заметим, что можно хранить максимальный ответ по всем альбомам, для которых наибольшее значение в них меньше c и пересчитываться через это значение. В таком случае, получится решение за $O(K + C)$.