# Разбор задачи «Трехветные таблицы»

Задача G, лига B

*Автор задачи и разбора — Б. Василевский*

В обеих лигах было похожее условие, и решение задачи лиги A отличалось лишь на один дополнительный логический шаг.

Самое сложное здесь — распознать, существует ли решение, или надо выводить 0.

Условимся называть цветом строки/столбца правильной раскраски тот цвет, в который этот стоблец/строку красили (он может быть синим либо желтым).

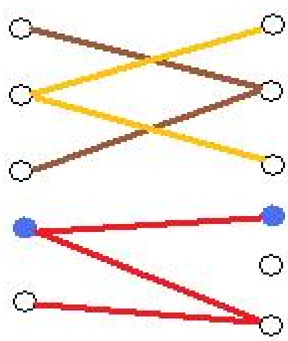
Рассмотрим двудольный граф; вершины первой доли будут соответствовать строкам таблицы, второй — стоблцам. Между вершинами $i$ первой доли и $j$ второй будет идти ребро тогда и только тогда, когда в таблице на позиции $(i, j)$ стоит не 0 (см. рисунок 1). Суть этого ребра проста: если мы как-то узнаем цвет $i$-й строки, то сможем однозначно восстановить цвет $j$-го столбца, и наоборот. Заметим далее, что если в $i$-й строке данной таблицы встречается 1 или 2, то цвет этой строки мы знаем. В этом случае будем говорить, что $i$-я вершина первой доли покрашена в этот цвет. Аналогичную процедуру проделаем для столбцов. Все остальное вершины будем считать не покрашенными.

После проведения всех ребер граф разбивается на компонеты связности. Они будут двух типов: те, в которых есть покрашеные вершины, и те, в которых нет. Рассмотрим компоненту $\mathcal{D}$ первого типа. Обойдем ее (в ширину или в глубину) из покрашенной вершины и определим цвета всех остальных в этой компоненте. Теперь надо проверить ответ: для каждой строки $i$ и столбца $i$, принадлежащих $\mathcal{D}$, число в позиции $(i, j)$ таблицы должно быть либо нулем, либо строго определенным по цвету $c_1$ вершины $i$ и цвету $c_2$ вершины $j$: если $c_1 = c_2$, то это число должно быть равно $c_1$, иначе 3. В случае несовпадения надо сразу выводить 0 и завершать работу.

Допустим, во время просмотра каждой компоненты первого типа противоречий не возникло. Сколько существует вариантов раскрасить вершины данной компоненты $\mathcal{E}$ второго типа? Вспомним свойство двудольного графа: если в нем есть циклы, то они четной длины. Поэтому при покраске какой-нибудь вершины $\mathcal{E}$ в синий цвет остальные из той же доли станут также синими, а из другой — желтыми.

Итак, все вершины графа оказались покрашены и противоречий не нашлось, поэтому найденная раскраска искомая.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | | | | |
| 3 | | 3 | | | |
| | 3 | | | | |
| | | | 1 | | 3 |
| | | | | | 3 |



| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 |
| 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| 1 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |

Рис. 1: Исходная таблица, где нули заменили на пустые клетки, построенный по ней граф и вариант ответа